

2025-2026学年度上学期高一年级期中测评

数学试卷

一、单选题

- 若集合 $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{x | x^2 \leq 4, x \in \mathbb{N}\}$, 则 $A \cup B = (\quad)$
 A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1\}$
 C. $\{x \in \mathbb{N} | -2 \leq x \leq 2\}$ D. $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$
- 已知不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$, 则不等式 $2x^2 + bx + a < 0$ 的解集为 $(\quad)$
 A. $\{x | -1 < x < \frac{1}{2}\}$ B. $\{x | x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$ C. $\{x | -2 < x < 1\}$ D. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 1\}$
- 使不等式 $|x+1| \leq 4$ 成立的一个必要不充分条件是
 A. $2 \leq x \leq 3$ B. $-6 \leq x \leq 3$ C. $-5 \leq x \leq 3$ D. $-6 \leq x \leq 2$
- 下列各式中最小值等于 2 的是 $(\quad)$
 A. $\frac{x}{2a} + \frac{2a}{x}$ B. $x + \frac{1}{x} (x \geq 4)$ C. $x^2 + x + 3$ D. $3^x + 3^{-x}$
- 下列函数中, 是偶函数且在区间 $(0, +\infty)$ 上单调递减的函数是 $(\quad)$
 A. $y = -x^3$ B. $y = \sqrt{x}$
 C. $y = |x|$ D. $y = -x^2 + 1$
- 已知 $f(x) = ax^2 + bx$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数, 那么 $f(x)$ 的最大值是 $(\quad)$
 A. 0 B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{4}{27}$ D. 1
- 已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = ax^3 + 1$, 且 $f(-2) = 5$, 则 a 的值为 $(\quad)$
 A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $-\frac{3}{4}$ D. 3
- 定义在 $\mathbb{R}$ 上的偶函数 $f(x)$ 满足: 对任意的 $x_1, x_2 \in [0, +\infty)$, $(x_1 \neq x_2)$, 有

$\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1} < 0$, 且 $f(2)=0$, 则不等式 $xf(x) < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$
C. $(-2, 2)$ D. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$

二、多选题

9. 已知 $a > b$, 则下列不等式正确的为 ()

- A. $a+c > b+c$ B. $a^2 > b^2$
C. $a^3 > b^3$ D. $|a| > |b|$

10. 已知集合 $M = \{x | x^2 - x - 2 = 0\}$, $N = \{x | mx - 2 = 0\}$, 若 $M \cap N = N$, 则 m 的值可以为 ()

- A. 0 B. 1 C. -2 D. 2

11. 若函数的解析式与值域相同, 但定义域不同, 则称这些函数为“同族函数”, 如函数 $f(x) = |x|$, $x \in [0, 1]$ 与 $f(x) = |x|$, $x \in [-1, 0]$ 为“同族函数”. 下列函数中不能用来构造为“同族函数”的是 ()

- A. $f(x) = x^2$ B. $f(x) = x^3$ C. $f(x) = x + \frac{1}{x}$ D. $f(x) = 2^x - 2^{-x}$

三、填空题

12. $\exists x_0 \in \mathbf{R}$, 使 $x_0^2 - mx_0 + 4 \leq 0$ 成立, 求 m 的取值范围_____;

13. 若函数 $f(x+2)$ 的定义域为 $[-1, 1]$, 则 $g(x) = f(x) + \frac{x-3}{\sqrt{x-2}}$ 的定义域为_____;

14. 若函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + (a-2)x, & x \leq 1 \\ (2a-1)x - 1, & x > 1 \end{cases}$ 在 $\mathbf{R}$ 上为减函数, 则 a 的取值范围是_____.

四、解答题

15. 已知集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}$, $B = \{x | m+1 \leq x \leq 3m-1\}$.

(1) 若 $m=3$, 求 $A \cap B$;

(2) 若 $B \subseteq A$, 求 m 的取值范围.



16. 设 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数且 $x \geq 0$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$.

(1) 求 $f(-3)$;

(2) 求 $f(x)$ 的解析式;

(3) 画出 $f(x)$ 的图象并写出 $f(x)$ 的单调区间.

17. 设矩形 $ABCD$ ($AB > BC$) 的周长为 48cm, 把三角形 ACD 沿 AC 折叠, CD 折叠后与 AB 交于点 E .

(1) 设 $CD = x$ cm, 用 x 表示三角形 BCE 面积, 并写出 x 的取值范围;

(2) 求三角形 BCE 面积最大值及相应 x 的值;

18. 已知 $y = f(x)$ 为一次函数, 且 $f(x+1) = x+2$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 若 $g(x) = xf'(x) + 2$, 若 $x \in [1, 2]$, $g(x) \geq ax$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

19. 已知 $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+1}$ 为奇函数, 且 $f(1) = \frac{1}{2}$.

(1) 求 a, b ;

(2) 判断 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的单调性并证明;

(3) 若 $x \in [-1, 1]$, 解不等式 $f(1-2x) + f(x) \geq 0$.



**《湖北省十堰市区县普通高中联合体 2025-2026 学年高一上学期期中测评数学试卷》参考
答案**

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	C	A	B	D	D	C	C	B	AC	ABC
题号	11									
答案	BD									

1. C

【知识点】并集的概念及运算

【分析】由集合的并集运算求解.

【详解】 $B = \{x | x^2 \leq 4, x \in \mathbb{N}\} = \{0, 1, 2\}$,

则 $A \cup B = \{0, 1, 2\} = \{x \in \mathbb{N} | -2 \leq x \leq 2\}$,

故选: C

2. A

【知识点】由一元二次不等式的解确定参数、解不含参数的一元二次不等式

【分析】根据不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集求出 a, b , 代入不等式 $2x^2 + bx + a < 0$ 中, 化简求出不等式的解集.

【详解】解: 因为不等式 $ax^2 + bx + 2 > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$,

$ax^2 + bx + 2 = 0$ 的两根为 $-1, 2$, 且 $a < 0$, 即 $-1 + 2 = -\frac{b}{a}$, $(-1) \times 2 = \frac{2}{a}$, 解得 $a = -1, b = 1$,

则不等式可化为 $2x^2 + x - 1 < 0$, 解得 $-1 < x < \frac{1}{2}$, 则不等式 $2x^2 + bx + a < 0$ 的解集为

$\left\{x | -1 < x < \frac{1}{2}\right\}$.

故选: A.

3. B

【知识点】判断命题的必要不充分条件、几何意义解绝对值不等式

【详解】解不等式 $|x+1| \leq 4$, 可得 $-4 \leq x+1 \leq 4$, 即 $-5 \leq x \leq 3$, 故“ $-6 \leq x \leq 3$ ”是“ $-5 \leq x \leq 3$ ”的一个必要不充分条件, 故选 B.

4. D

【知识点】基本不等式求和的最小值

【分析】由基本不等式及二次函数的值域进行判断选项.



【详解】对于 A 项，当 $a < 0, x > 0$ 时，得 $\frac{x}{2a} + \frac{2a}{x} \leq 0$ ，则不合题意，故 A 项错误；

对于 B 项， $x + \frac{1}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{1}{x}} = 2$ ，等号成立时， $x = 1$ ，但 $x \geq 4$ ，故等号取不到，

故 B 项错误；

对于 C 项， $x^2 + x + 3 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4}$ ，故 C 项错误；

对于 D 项，因为 $3^x > 0$ ，所以 $3^x + 3^{-x} \geq 2\sqrt{3^x \cdot 3^{-x}} = 2$ ，等号成立时， $x = 0$ ，故 D 项正确。

故选：D

5. D

【知识点】函数奇偶性的定义与判断、根据解析式直接判断函数的单调性

【分析】结合函数的奇偶性及单调性进行判断。

【详解】对于 A 项，函数 $y = -x^3$ 为奇函数，故 A 项错误；

对于 B 项，函数 $y = \sqrt{x}$ 为非奇非偶函数，故 B 项错误；

对于 C 项，函数 $y = |x|$ 是偶函数，但在 $(0, +\infty)$ 上单调递增，故 C 项错误；

对于 D 项，函数 $y = -x^2 + 1$ 的图象是开口向下的抛物线，且对称轴为 $x = 0$ ，所以函数

$y = -x^2 + 1$ 为偶函数，且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减，故 D 选项符合题意。

故选：D

6. C

【知识点】由奇偶性求函数解析式、求二次函数的值域或最值

【分析】根据偶函数定义域关于原点对称得 a ，再根据偶函数性质得 b ，最后根据二次函数性质求最值。

【详解】解：∵ $f(x) = ax^2 + bx$ 是定义在 $[a-1, 2a]$ 上的偶函数，∴ $a-1+2a=0$ ，∴ $a = \frac{1}{3}$ ，

又 $f(-x) = f(x)$ ，所以 $ax^2 + bx = a \cdot (-x)^2 + b \cdot (-x)$ ，∴ $b = 0$ ，

$$\therefore f(x) = \frac{1}{3}x^2, \quad x \in \left[-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right]$$

$$\text{所以 } f(x)_{\max} = f\left(-\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{27},$$

故选：C。



7. C

【知识点】由奇偶性求参数

【分析】由奇函数的性质进行求解.

【详解】由函数 $f(x)$ 是奇函数, 得 $f(-2) = -f(2) = -(2^3a + 1) = -8a - 1 = 5$,

解得 $a = -\frac{3}{4}$,

故选: C

8. B

【知识点】根据函数的单调性解不等式、由函数奇偶性解不等式

【分析】由题意可知 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 再根据对称性和 $f(2) = 0$ 得出 $f(x)$ 在各个区间的函数值的符号, 从而可得出答案.

【详解】 $\because \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} < 0$ 对任意的 $x_1, x_2 \in [0, +\infty), (x_1 \neq x_2)$ 恒成立,

$\therefore f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是减函数,

又 $f(2) = 0$, $\therefore$ 当 $x > 2$ 时, $f(x) < 0$, 当 $0 \leq x < 2$ 时, $f(x) > 0$,

又 $f(x)$ 是偶函数, $\therefore$ 当 $x < -2$ 时, $f(x) < 0$, 当 $-2 < x < 0$ 时, $f(x) > 0$,

$\therefore xf(x) < 0$ 的解为 $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$.

故选: B

9. AC

【知识点】由不等式的性质比较数(式)大小

【分析】由不等式的性质进行判断.

【详解】对于 A 项, 根据不等式的性质, $a > b \Leftrightarrow a + c > b + c$, 故 A 选项成立;

对于 B 项, 当 $a = 3, b = -5$ 时, 满足 $a > b$, 但不符合 $a^2 > b^2$, 故 B 项错误;

对于 C 项, 当 $a > b$ 时, $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2) = (a - b)\left[\left(a + \frac{b}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}b^2\right] > 0$, 所以 $a^3 > b^3$,

故 C 选项成立;

对于 D 项, 当 $a = 3, b = -5$ 时, 满足 $a > b$, 但不符合 $|a| > |b|$, 故 D 项错误.

故选: AC



10. ABC

【知识点】根据集合的包含关系求参数、根据交集结果求集合或参数

【分析】先求出集合 A ，由 $M \cap N = N$ 可得 $N \subseteq M$ ，进而根据集合的包含关系求出参数值。

【详解】集合 $M = \{x | x^2 - x - 2 = 0\} = \{x | (x-2)(x+1) = 0\} = \{-1, 2\}$ ，

因为 $M \cap N = N$ ，所以 $N \subseteq M$ 。

当 $N = \emptyset$ 时， $m = 0$ ，符合题意；

当 $N \neq \emptyset$ 时， $m \neq 0$ ，此时 $N = \{x | mx - 2 = 0\} = \left\{\frac{2}{m}\right\}$ ，

所以 $\frac{2}{m} = -1$ 或 $\frac{2}{m} = 2$ ，解得 $m = -2$ 或 $m = 1$ 。

所以 m 的值可以是 $0, -2, 1$ 。

故选：ABC。

11. BD

【知识点】判断两个函数是否相等

【分析】对于 AC，举例说明，对于 BD，利用函数单调性说明。

【详解】对于 A： $f(x) = x^2$ ， $x \in (0, 1)$ 与 $f(x) = x^2$ ， $x \in (-1, 0)$ 的值域都为 $(0, 1)$ ，

故它们为“同族函数”，故 A 不正确；

对于 C： $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ， $x \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$ 与 $f(x) = x + \frac{1}{x}$ ， $x \in (1, 2)$ 的值域都为 $\left(2, \frac{5}{2}\right)$ ，

故它们为“同族函数”，故 C 不正确；

对于 BD： $f(x) = x^3$ 与 $f(x) = 2^x - 2^{-x}$ 为 $\mathbb{R}$ 上的单调递增函数，

如果值域相同，则定义域一定相同，故不能用来构造为“同族函数”，故 BD 正确。

故选：BD

12. $(-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$

【知识点】一元二次不等式在某区间上有解问题

【分析】根据题意，由 $\Delta \geq 0$ 求解。

【详解】因为 $\exists x_0 \in \mathbb{R}$ ，使 $x_0^2 - mx_0 + 4 \leq 0$ 成立，

所以 $\Delta = m^2 - 16 \geq 0$ ，解得 $m \geq 4$ 或 $m \leq -4$ 。

故答案为： $(-\infty, -4] \cup [4, +\infty)$



13. $(2,3]$

【知识点】抽象函数的定义域

【分析】由函数的定义域求解即可.

【详解】由 $f(x+2)$ 定义域为 $[-1,1]$, 得 $-1 \leq x \leq 1$, 则 $1 \leq x+2 \leq 3$,

由 $\begin{cases} 1 \leq x \leq 3 \\ x-2 > 0 \end{cases}$, 得 $2 < x \leq 3$.

所以 $g(x)$ 定义域为 $(2,3]$.

故答案为: $(2,3]$

14. $(-\infty, 0]$

【知识点】根据分段函数的单调性求参数

【分析】由分段函数的单调性进行求解.

【详解】由题意得 $\begin{cases} 2a-1 < 0 \\ -\frac{a-2}{2} \geq 1 \\ 1+a-2 \geq 2a-1-1 \end{cases}$, 解得 $a \leq 0$.

故答案为: $(-\infty, 0]$

15. (1) $A \cap B = \{x | 4 \leq x \leq 5\}$

(2) $(-\infty, 2]$

【知识点】根据集合的包含关系求参数、交集的概念及运算

【分析】(1) 由集合的交集运算求解;

(2) 分 $B = \emptyset$ 和 $B \neq \emptyset$ 进行求解.

【详解】(1) $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\} = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$,

若 $m = 3$, 则 $B = \{x | 4 \leq x \leq 8\}$, $A \cap B = \{x | 4 \leq x \leq 5\}$.

(2) 若 $B = \emptyset$, 由 $B \subseteq A$, 则 $m+1 > 3m-1$, 解得 $m < 1$;

若 $B \neq \emptyset$, 由 $B \subseteq A$, 得 $\begin{cases} m+1 \leq 3m-1 \\ m+1 \geq -2 \\ 3m-1 \leq 5 \end{cases}$, 解得 $1 \leq m \leq 2$,

综上 $m \leq 2$.

因此 m 的取值范围是 $(-\infty, 2]$.



16. (1)-3;

$$(2) f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ -x^2 - 2x, & x < 0. \end{cases}$$

(3) 作图见解析, 增区间为 $(-\infty, -1], [1, +\infty)$; 减区间为 $(-1, 1)$

【知识点】由奇偶性求函数解析式、画出具体函数图象、函数奇偶性的应用、判断二次函数的单调性和求解单调区间

【分析】(1) 由奇函数的性质求值;

(2) 由奇函数的性质求解;

(3) 画出分段函数的图象, 结合图象写出单调区间即可.

【详解】(1) 因为 $f(x)$ 为奇函数, 所以 $f(-3) = -f(3) = -3$;

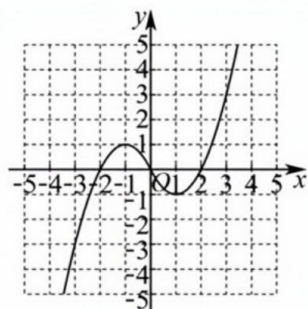
(2) 设 $x < 0$, 则 $-x > 0$, $f(-x) = (-x)^2 + 2x$,

又 $f(x)$ 为奇函数,

所以 $-f(x) = x^2 + 2x$, $f(x) = -x^2 - 2x$.

$$\text{则 } f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \geq 0, \\ -x^2 - 2x, & x < 0. \end{cases}$$

(3)



函数增区间为 $(-\infty, -1], [1, +\infty)$; 减区间为 $(-1, 1)$.

$$17. (1) S = 432 - 12x - \frac{3456}{x}, x \in (12, 24),$$

$$(2) 432 - 288\sqrt{2}, x = 12\sqrt{2}$$

【知识点】基本(均值)不等式的应用

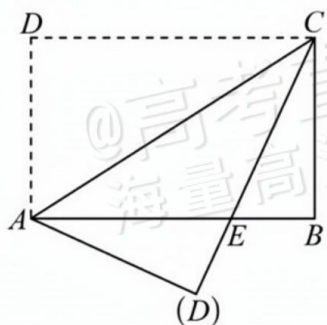
【分析】(1) 设 $|AE| = y$, 由勾股定理得, $y = \frac{288}{x} - 24 + x, |EB| = 24 - \frac{288}{x}$, 即可求解三角形



BCE 面积, 由 $\begin{cases} x > 24-x \\ 2x < 48 \end{cases}$ 求解 x 的取值范围;

(2) 根据题意结合基本不等式求最值, 并注意等号成立的条件.

【详解】(1) $|CD|=x$, 则 $|BC|=24-x$.



设 $|AE|=y$, 则 $|CE|=y, |EB|=x-y$,

由勾股定理得 $(24-x)^2 + (x-y)^2 = y^2$,

可得 $y = \frac{288}{x} - 24 + x, |EB| = 24 - \frac{288}{x}$,

三角形 BCE 面积 $S = \frac{1}{2}(24-x)\left(24 - \frac{288}{x}\right) = 432 - 12x - \frac{3456}{x}$,

由 $\begin{cases} x > 24-x \\ 2x < 48 \end{cases}$, 得 $12 < x < 24$.

所以 x 取值范围是 $(12, 24)$.

(2) 因为 $12x + \frac{3456}{x} \geq 2\sqrt{12 \times 3456} = 288\sqrt{2}$,

所以 $S \leq 432 - 288\sqrt{2}$.

当且仅当 $12x = \frac{3456}{x}$, 即 $x = 12\sqrt{2}$ 时取等号.

故三角形 BCE 面积最大值为: $432 - 288\sqrt{2}$, 此时 $x = 12\sqrt{2}$.

18. (1) $f(x) = x+1$

(2) $(-\infty, 1+2\sqrt{2}]$

【知识点】已知 $f(g(x))$ 求解析式、基本不等式求和的最小值、函数不等式恒成立问题

【分析】(1) 根据题意, 设 $f(x) = kx + b (k \neq 0)$, 结合待定系数法, 即可求解;

(2) 根据题意, 转化为 $a \leq x + \frac{2}{x} + 1$ 在 $x \in [1, 2]$ 上恒成立, 结合基本不等式, 求得 $x + \frac{2}{x} + 1$ 的



最小值，即可求得 a 的取值范围.

【详解】(1) 解：设一次函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = kx + b (k \neq 0)$,

因为 $f(x+1) = x+2$ ，可得 $f(x+1) = k(x+1) + b = kx + k + b = x+2$,

所以 $\begin{cases} k=1 \\ k+b=2 \end{cases}$ ，解得 $k=1$ 且 $b=1$,

所以函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x) = x+1$

(2) 解：由 (1) 知： $f(x) = x+1$ ，可得 $g(x) = x(x+1) + 2 = x^2 + x + 2$,

因为对任意 $x \in [1, 2]$ ， $g(x) \geq ax$ 恒成立，即 $a \leq x + \frac{2}{x} + 1$ 在 $x \in [1, 2]$ 上恒成立，

又因为 $x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{x \cdot \frac{2}{x}} = 2\sqrt{2}$ ，当且仅当 $x = \sqrt{2}$ 时，等号成立，

所以 $a \leq 1 + 2\sqrt{2}$ ，所以实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 1 + 2\sqrt{2}]$.

19. (1) $a=1, b=0$;

(2) $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增，证明见解析；

(3) $[0, 1]$.

【知识点】定义法判断或证明函数的单调性、由奇偶性求参数、根据函数的单调性解不等式、由函数奇偶性解不等式

【分析】(1) 根据奇函数的性质利用 $f(0) = 0$ 及 $f(1) = \frac{1}{2}$ 进行求解；

(2) 判断出函数的单调性利用单调性的定义证明；

(3) 利用函数的奇偶性变形不等式，结合单调性列出不等式组解出即可.

【详解】(1) 因 $f(x)$ 为奇函数，

所以 $f(0) = b = 0$ ，则 $f(x) = \frac{ax}{x^2 + 1}$

又 $f(1) = \frac{1}{2}$ ，即 $\frac{a}{2} = \frac{1}{2}$ ，解得 $a=1$ ，

故 $a=1, b=0$. 经验证，此时为奇函数，满足题意.

(2) 由 (1) 知 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增.

证明如下：

设 $-1 \leq x_1 < x_2 \leq 1$,



$$f(x_1) - f(x_2) = \frac{x_1}{x_1^2 + 1} - \frac{x_2}{x_2^2 + 1} = \frac{(x_1 - x_2)(1 - x_1 x_2)}{(1 + x_1^2)(1 + x_2^2)}$$

又 $-1 \leq x_1 < x_2 \leq 1$,

所以, $x_1 - x_2 < 0, 1 - x_1 x_2 > 0$,

又 $1 + x_1^2 > 0, 1 + x_2^2 > 0$

所以 $f(x_1) - f(x_2) < 0$,

即 $f(x_1) < f(x_2)$,

所以 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上单调递增.

(3) 因为是奇函数,

由 $f(1 - 2x) + f(x) \geq 0$,

得 $f(x) \geq -f(1 - 2x)$, $f(x) \geq (2x - 1)$,

又 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上的单调递增, 则

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq 1 \\ -1 \leq 2x - 1 \leq 1, \text{ 解得 } 0 \leq x \leq 1, \\ x \geq 2x - 1 \end{cases}$$

所以原不等式的解集为 $[0, 1]$.

