# 2025-2026 学年第一学期高一年级第一次诊断考试

## 数学试题

**考试范围：必修一第一二章；考试时间：120 分钟；考试分值：150 分　命题人：田金平**

**注意事项：**

**1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息**

**2．请将答案正确填写在答题卡上**

**一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．本大题共 8 小题，共 40 分，答案请写到答题卡）**

1. 已知集合 $A=\{a,a^2\}$，$B=\{1,3\}$，若 $1\in A$，则 $A\cup B$ 中所有元素之和为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 不等式 $\frac{3x-1}{x}\le 1$ 的解集为（　）

A. $\left\{x\mid 0\le x\le \frac{1}{2}\right\}$　　B. $\left\{x\mid 0< x\le \frac{1}{2}\right\}$　　C. $\left\{x\middle| x\le \frac{1}{2}\right\}$　　D. $\{x\mid x>0\}$

3. 若要使 $\frac{\sqrt{x^2-2x-8}}{x+2}$ 有意义，则 $x$ 的取值范围是（　　）

A $\{x\mid -2\le x\le 4\}$　　B. $\{x\mid -2< x\le 4\}$

C $\{x\mid x<-2$ 或 $x\ge 4\}$　　D. $\{x\mid x\le -2$ 或 $x\ge 4\}$

4. 若 $a>b$，$c>d$，则（　）

A $ac^2>bc^2$　　B. $a-c>b-d$

C. $a-d>b-c$　　D. $ac>bd$

5. 若 $p:1-x>0$ 是 $q:2x\le a$ 的必要不充分条件，则实数 $a$ 的取值范围为（　　）

A. $a>2$　　B. $a\ge 2$　　C. $a<2$　　D. $a\le 2$

6. 已知全集 $U=\{x\in\mathbb{Z}\mid -3.5<x<4\}$，集合 $A=\{-3,-1,1,3\}$，则 $\complement_U A$ 的子集个数为（　　）

A. 1　　B. 4　　C. 8　　D. 16

7. 已知命题 $p$：$\forall x>2$，$x^2-1\ge 0$，则 $\neg p$ 是（　　）

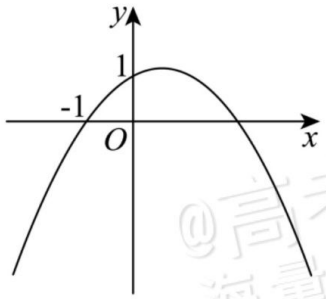
A. $\exists x\le 2$，$x^2-1>0$　　B. $\exists x\le 2$，$x^2-1<0$



高考直通车
App生成

C. $\exists x>2$，$x^2-1<0$　　D. $\forall x\le 2$，$x^2-1\le 0$

8. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象顶点在第一象限，且经过 $A(-1,0)$、$B(0,1)$ 两个点．则下列说法正确的是：①$abc<0$；②$-1<a<0$；③$0<b<1$；④$0<a+b+c<2$．（　　）




A. ①②　　B. ①③④　　C. ①②④　　D. ①②③④

**二、多项选择题(本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．)**

9. （多选）设集合 $P=\{1,2,3,4,5,6\}$，$Q=\{x\mid 2\le x\le 6\}$，下列结论中正确的是（　　）

A. $P\bigcap Q=P$　　B. $P\cap Q\subseteq P$

C. $P\cup Q=Q$　　D. $P\bigcap Q\subseteq Q$

10. 已知关于 $x$　不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $(-\infty,-2)\cup(3,+\infty)$，则下列选项中正确的是（　　）

A. $a<0$

B. 不等式 $bx+c>0$ 的解集是 $\{x\mid x<-6\}$

C. $a+b+c>0$

D. 不等式 $cx^2-bx+a<0$ 的解集为 $(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$

11. 已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=1$，则下列结论成立的是（　　）

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 4　　B. $\frac{1}{a}+\frac{a}{b}$ 的最小值为 3

C. $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{2-b}$ 的最小值为 2　　D. $a+\frac{1}{b}$ 的最小值为1

**三、填空题（本大题共 3 小题，共 15 分，答案请写到答题卡）**

12. 已知集合 $A=\{2a,2a^2+a\}$，若$1\in A$，则 $a=$_____.



高考直通车
App生成

13. 已知 $0<x-y<2$，$1<x+y<3$，则 $3x+y$ 的取值范围为_____.

14. 若对任意 $x\in[0,3]$，$x^2-ax-a+3>0$ 恒成立，则实数 $a$ 的取值范围为_____.

## 四、解答题（本大题共 5 小题共 77 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

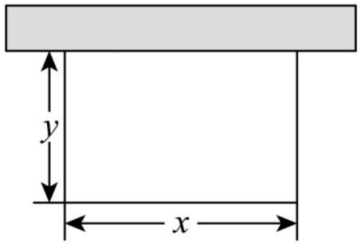
15. 已知全集 $U$ 为 R，集合 $A=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x<-3 \text{ 或 } x>1\}$ 求：

(1) $A\cap B$

(2) $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)$

(3) $\complement_U(A\cup B)$

16. 如图，某农户计划用 20 m 的篱笆围成一个一边靠墙（墙足够长）的矩形菜地．设该矩形菜地与墙平行的边长为 $x$ m，与墙垂直的边长为 $y$ m．




(1) 当 $x$ 为何值时，面积取得最大值？最大面积为多少？

(2) 求 $\dfrac{3x+20}{xy}$ 的最小值.

17. 已知集合 $A=\{x\mid x\leq -1 \text{ 或 } x\geq 3\}$，$B=\{x\mid 2a\leq x\leq a+3\}$，回答下列问题.

(1) 若 $a=1$，试求 $(\complement_R A)\cup B$，$A\cap(\complement_R B)$；

(2) 若 $A\cap B=B$，求实数 $a$ 的取值范围；

18. 已知 $p:-2\leq x\leq 6$，$q:m\leq x\leq m+1$.

(1) 若 $m=2$，那么 $p$ 是 $q$ 的什么条件；

(2) 若 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件，求实数 $m$ 的取值范围.

19. 若二次函数 $f(x)$ 满足 $f(0)=1$，$f(x+1)-f(x)=2x-1$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；

(2) 若对于任意实数 $x$，不等式 $f(x)\geq ax$ 恒成立，求实数 $a$ 取值范围.

@高考直通车试题库 海量高清试题免费下载



高考直通车 App生成

@高考直通车试题库
海量高清试题免费下载
@高考直通车试题库
海量高清试题免费下载
@高考直通车试题库
海量高清试题免费下载



高考直通车
App生成

# 2025-2026 学年第一学期高一年级第一次诊断考试

## 数学试题

**考试范围：必修一第一二章；考试时间：120 分钟；考试分值：150 分　命题人：田金平**

**注意事项：**

**1．答题前填写好自己的姓名、班级、考号等信息**

**2．请将答案正确填写在答题卡上**

**一、单项选择题（本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．本大题共 8 小题，共 40 分，答案请写到答题卡）**

1. 已知集合 $A=\{a,a^2\}$，$B=\{1,3\}$，若 $1\in A$，则 $A\cup B$ 中所有元素之和为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

【答案】B

【解析】

【分析】根据$1\in A$可求参数的值，从而可求 $A\cup B$ 的元素之和.

【详解】因为$1\in A$，故 $a=1$ 或 $a^2=1$，

若 $a=1$，则 $a=a^2$，与元素的互异性矛盾；

若 $a^2=1$，则 $a=1$（舍）或 $a=-1$，故 $A=\{-1,1\}$，故 $A\cup B=\{-1,1,3\}$，

所以 $A\cup B$ 中所有元素之和为 3，

故选：B.

2. 不等式 $\dfrac{3x-1}{x}\le 1$ 的解集为（　）

A. $\left\{x\mid 0\le x\le\dfrac{1}{2}\right\}$　　B. $\left\{x\mid 0<x\le\dfrac{1}{2}\right\}$　　C. $\left\{x\middle|x\le\dfrac{1}{2}\right\}$　　D. $\{x\mid x>0\}$

【答案】B

【解析】

【分析】根据分式不等式的解法，求解即可.

【详解】不等式可化为 $\dfrac{3x-1}{x}-1\le 0$，即 $\dfrac{2x-1}{x}\le 0$，等价于 $\begin{cases}x(2x-1)\le 0\\ x\ne 0\end{cases}$，



高考直通车 App生成

解得 $0<x\le\frac{1}{2}$，则解集为 $\left\{x\middle|0<x\le\frac{1}{2}\right\}$.

故选：B.

3. 若要使 $\frac{\sqrt{x^2-2x-8}}{x+2}$ 有意义，则 $x$ 的取值范围是（　　）

A. $\{x|-2\le x\le 4\}$　　B. $\{x|-2<x\le 4\}$

C. $\{x|x<-2$ 或 $x\ge 4\}$　　D. $\{x|x\le -2$ 或 $x\ge 4\}$

【答案】C

【解析】

【分析】由题可得 $x^2-2x-8\ge 0$ 且 $x\ne -2$，解不等式即可求解.

【详解】要使 $\frac{\sqrt{x^2-2x-8}}{x+2}$ 有意义，则有 $x^2-2x-8\ge 0$ 且 $x\ne -2$，解得 $x<-2$ 或 $x\ge 4$，所以 $x$ 的取值范围是 $\{x|x<-2$ 或 $x\ge 4\}$.

故选 C.

4. 若 $a>b$，$c>d$，则（　　）

A. $ac^2>bc^2$　　B. $a-c>b-d$

C. $a-d>b-c$　　D. $ac>bd$

【答案】C

【解析】

【分析】根据不等式的基本性质，或举出反例，逐一检验选项即可.

【详解】 选项 A：若 $c^2=0$，则 $ac^2=bc^2=0$.所以选项错误.

选项 B：若 $a=7,b=6,c=4,d=1$,满足 $a>b,c>d$，但是 $a-c<b-d$.所以选项 B 错误.

选项 C：因为 $c>d$, 所以 $-d>-c$, 又因为 $a>b$，所以 $a-d>b-c$. 所以选项 C 正确

选项 D：若 $a=7,b=3,c=-1,d=-2$,满足 $a>b,c>d$，但是 $ac<bd$,所以选项 D 错误.

故选：C.

5. 若 $p:1-x>0$ 是 $q:2x\le a$ 的必要不充分条件，则实数 $a$ 的取值范围为（　　）

A. $a>2$　　B. $a\ge 2$　　C. $a<2$　　D. $a\le 2$



高考直通车
App生成

【答案】C

【解析】

【分析】根据两个命题的关系，得到两集合的包含关系，列不等式求解即可.

【详解】依题意知：$p: x<1$，$q: x \le \frac{a}{2}$，

因为 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件，

所以 $\left\{x \middle| x \le \frac{a}{2}\right\} \subsetneq \{x | x<1\}$，所以 $\frac{a}{2}<1$，解得 $a<2$.

故选：C

6. 已知全集 $U=\{x \in \mathbf{Z} | -3.5<x<4\}$，集合 $A=\{-3,-1,1,3\}$，则 $\complement_U A$ 的子集个数为（　　）

A. 1　　B. 4　　C. 8　　D. 16

【答案】C

【解析】

【分析】根据补集的运算和子集的概念求解.

【详解】因为 $U=\{-3,-2,-1,0,1,2,3\}$，则 $\complement_U A=\{-2,0,2\}$，

所以 $\complement_U A$ 的子集个数为 $2^3=8$.

故选：C.

7. 已知命题 $p$：$\forall x>2$，$x^2-1 \ge 0$，则 $\neg p$ 是（　　）

A. $\exists x \le 2$，$x^2-1>0$　　B. $\exists x \le 2$，$x^2-1<0$

C. $\exists x>2$，$x^2-1<0$　　D. $\forall x \le 2$，$x^2-1 \le 0$

【答案】C

【解析】

【分析】全称量词命题 $\forall x \in M$，$p(x)$ 的否定为：$\exists x \in M$，$\neg p(x)$.

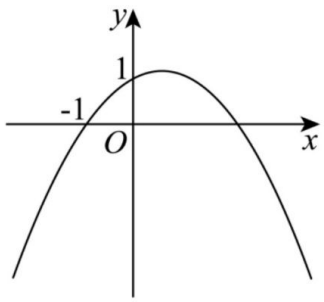
【详解】命题 $p$：$\forall x>2$，$x^2-1 \ge 0$ 的否定为：$\exists x>2$，$x^2-1<0$.

故选：C

8. 如图，已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a \ne 0)$ 的图象顶点在第一象限，且经过 $A(-1,0)$、$B(0,1)$ 两个点. 则下列说法正确的是：① $abc<0$；② $-1<a<0$；③ $0<b<1$；④ $0<a+b+c<2$.（　　）



高考直通车
App生成




A. ①②　　B. ①③④　　C. ①②④　　D. ①②③④

【答案】D

【解析】

【分析】根据图象结合一元二次函数的性质逐项判断即可.

【详解】由图象可知二次函数图象开口向下，则 $a<0$，

图象与 $y$ 轴交点为 $B(0,1)$，所以 $c=1>0$，

顶点在第一象限，对称轴 $x=-\dfrac{b}{2a}>0$，又 $a<0$，所以 $b>0$，

所以 $abc<0$，①说法正确；

因为图象经过 $A(-1,0)$、$B(0,1)$ 两个点，所以 $\begin{cases}a-b+c=0\\c=1\end{cases}$，解得 $b=a+1$，

因为 $a<0$，$b>0$，所以 $-1<a<0$，②说法正确；

由 $-1<a<0$ 得 $0<a+1<1$，即 $0<b<1$，③说法正确；

因为图象顶点在第一象限，且经过 $A(-1,0)$，

由二次函数的对称性可知与 $x$ 轴另一个交点的横坐标在 $(1,+\infty)$ 上，

所以当 $x=1$ 时，$a+b+c>0$，

又 $-1<a<0$，$0<b<1$，$c=1$，所以 $a+b+c<2$，即 $0<a+b+c<2$，④说法正确；

综上①②③④正确；

故选：D

**二、多项选择题(本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分．在每小题给出的四个选项中，有多个选项是符合题目要求的，全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分．)**

9. （多选）设集合 $P=\{1,2,3,4,5,6\}$，$Q=\{x\,|\,2\le x\le 6\}$，下列结论中正确的是（　　）

A. $P\bigcap Q=P$　　B. $P\cap Q\subseteq P$



高考直通车
App生成

C. $P \cup Q = Q$　　D. $P \bigcap Q \subseteq Q$

【答案】BD

【解析】

【分析】对于 ABD，先求出 $P \cap Q$，再判断，对于 C，求出 $P \cup Q$，再判断即可.

【详解】因为集合 $P = \{1,2,3,4,5,6\}, Q = \{x \mid 2 \le x \le 6\}$，所以 $P \bigcap Q = \{2,3,4,5,6\}$，

因此 $P \bigcap Q \ne P$，$P \bigcap Q \subseteq Q, P \bigcap Q \subseteq P$，所以 A 错误，D 正确，B 正确

又因为 $P \cup Q = Q \cup \{1\}$，所以 C 错误.

故选：BD

10. 已知关于 $x$ 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-\infty,-2) \cup (3,+\infty)$，则下列选项中正确的是（　　）

A. $a < 0$

B. 不等式 $bx + c > 0$ 的解集是 $\{x \mid x < -6\}$

C. $a + b + c > 0$

D. 不等式 $cx^2 - bx + a < 0$ 的解集为 $(-\infty,-\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2},+\infty)$

【答案】BD

【解析】

【分析】对于 A，根据不等式的解集得到 $a > 0$ 判断 A；对于 B，结合题意得到 $-2$ 和 3 是关于 $x$ 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，再结合韦达定理得到 $b = -a, c = -6a$，将目标不等式化为 $-ax - 6a > 0$，求出解集判断 B，对于 C，结合 $b = -a, c = -6a$ 得到 $a + b + c = -6a < 0$ 判断 C，对于 D，将 $cx^2 - bx + a < 0$ 合理变形后求出解集判断 D 即可.

【详解】对于 A，因为关于 $x$ 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $(-\infty,-2) \cup (3,+\infty)$，

所以 $-2$ 和 3 是关于 $x$ 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，且 $a > 0$，故 A 错误；

对于 B，由已知得 $-2$ 和 3 是关于 $x$ 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两根，

由韦达定理得 $\begin{cases} -2 + 3 = -\dfrac{b}{a} \\ -2 \times 3 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$，解得 $b = -a, c = -6a$，



高考直通车
App生成

对于不等式 $bx+c>0$，即化为 $-ax-6a>0$，解得 $x<-6$，故 B 正确；

对于 C，可得 $a+b+c=-6a<0$，故 C 错误；

对于 D，对于不等式 $cx^2-bx+a<0$，可化为 $-6ax^2+ax+a<0$，

而 $a>0$，则化为 $6x^2-x-1>0$，解得 $x\in(-\infty,-\frac{1}{3})\cup(\frac{1}{2},+\infty)$，故 D 正确.

故选：BD

11. 已知 $a>0$，$b>0$，$a+b=1$，则下列结论成立的是（　　）

A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 4　　B. $\frac{1}{a}+\frac{a}{b}$ 的最小值为 3

C. $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{2-b}$ 的最小值为 2　　D. $a+\frac{1}{b}$ 的最小值为1

【答案】AB

【解析】

【分析】对 A，由“1”的代换结合基本不等式求解；对 B，由 $\frac{1}{a}=1+\frac{b}{a}$ 利用基本不等式求解；对 C，由 $(1-a)+(2-b)=3-(a+b)=2$，利用基本不等式求解判断；对 D，作差 $a+\frac{1}{b}-1$，判断 $a+\frac{1}{b}>1$ 得解.

【详解】对于 A，$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=2+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 2+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=4$，当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时，取等号，故 A 正确；

对于 B，$\frac{1}{a}=\frac{a+b}{a}=1+\frac{b}{a}$，故 $\frac{1}{a}+\frac{a}{b}=1+\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geq 1+2\sqrt{\frac{b}{a}\cdot\frac{a}{b}}=3$，当且仅当 $a=b=\frac{1}{2}$ 时，取等号，故 B 正确；

对于 C，由 $a>0,b>0,a+b=1$，可知 $(1-a)+(2-b)=3-(a+b)=2$，且 $1-a>0$，$2-b>0$，

$\frac{1}{1-a}+\frac{1}{2-b}=\frac{1}{2}\left[(1-a)+(2-b)\right]\left(\frac{1}{1-a}+\frac{1}{2-b}\right)=\frac{1}{2}\left(2+\frac{2-b}{1-a}+\frac{1-a}{2-b}\right)\geq\frac{1}{2}\left(2+2\sqrt{\frac{1-a}{2-b}\cdot\frac{2-b}{1-a}}\right)=2$，

不等式取等号的条件是 $1-a=2-b=1$，即 $a=0,b=1$，与题设 $a>0,b>0$ 矛盾，

故 $\frac{1}{1-a}+\frac{1}{2-b}$ 的最小值大于 2，故 C 错误；



高考直通车 App生成

对于 D，$a+\frac{1}{b}-1=\frac{1}{b}-b=\frac{1-b^2}{b}=\frac{(1+b)(1-b)}{b}>0$，故 $a+\frac{1}{b}>1$，最小值大于 1，故 D 错误.

故选：AB.

## 三、填空题（本大题共 3 小题，共 15 分，答案请写到答题卡）

12. 已知集合 $A=\{2a,2a^2+a\}$，若 $1\in A$，则 $a=$_____.

【答案】 $-1$

【解析】

【分析】已知 $A=\{2a,2a^2+a\},1\in A$，则 $2a=1$ 或 $2a^2+a=1$，结合集合中元素的互异性分情况讨论即可.

【详解】因为 $A=\{2a,2a^2+a\},1\in A$，

所以 $2a=1$ 或 $2a^2+a=1$，

当 $2a=1$ 时，$a=\frac{1}{2}$，此时 $2a^2+a=1$，不满足集合中元素的互异性，舍去；

当 $2a^2+a=1$ 时，解得 $a=-1$ 或 $\frac{1}{2}$（同上，舍去），

此时 $A=\{-2,1\}$.

综上 $a=-1$.

故答案为：$-1$.

13. 已知 $0<x-y<2$，$1<x+y<3$，则 $3x+y$ 的取值范围为_____.

【答案】 $(2,8)$

【解析】

【分析】先设出 $3x+y=a(x-y)+b(x+y)$，求出 $a$，$b$，再结合不等式的性质解出即可；

【详解】令 $3x+y=a(x-y)+b(x+y)$，则 $\begin{cases}a+b=3,\\-a+b=1,\end{cases}$ 解得 $a=1,b=2$，

故 $3x+y=(x-y)+2(x+y)$，由 $1<x+y<3$，得 $2<2(x+y)<6$，

又 $0<x-y<2$，故 $2<(x-y)+2(x+y)<8$，即 $2<3x+y<8$.

故答案为：$(2,8)$



高考直通车
App生成

14. 若对任意 $x\in[0,3]$，$x^2-ax-a+3>0$ 恒成立，则实数 $a$ 的取值范围为_____.

【答案】$(-\infty,2)$

【解析】

【分析】由参变量分离法可得出 $a<\dfrac{x^2+3}{x+1}=x+1+\dfrac{4}{x+1}-2$ 恒成立，利用基本不等式求出 $x+1+\dfrac{4}{x+1}-2$ 的最小值，即可得出实数 $a$ 的取值范围.

【详解】当 $0\le x\le 3$ 时，$1\le x+1\le 4$，

由题意知，对任意 $x\in[0,3]$，$x^2+3>a(x+1)$，

即 $a<\dfrac{x^2+3}{x+1}=\dfrac{x^2-1+4}{x+1}=x-1+\dfrac{4}{x+1}=x+1+\dfrac{4}{x+1}-2$ 恒成立，

由基本不等式可得 $(x+1)+\dfrac{4}{x+1}-2\ge 2\sqrt{(x+1)\cdot\dfrac{4}{x+1}}-2=2$，

当且仅当 $x+1=\dfrac{4}{x+1}$ 时，即当 $x=1$ 时，等号成立，故 $a<\left(x+1+\dfrac{4}{x+1}-2\right)_{\min}=2$.

即实数 $a$ 的取值范围为 $(-\infty,2)$.

故答案为：$(-\infty,2)$.

## 四、解答题（本大题共 5 小题共 77 分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

15. 已知全集 $U$ 为 $\mathrm{R}$，集合 $A=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x<-3$ 或 $x>1\}$ 求：

(1) $A\cap B$

(2) $(\complement_U A)\bigcap(\complement_U B)$

(3) $\complement_U(A\bigcup B)$

【答案】(1) $\{x\mid 1<x\le 2\}$

(2) $\{x\mid -3\le x\le 0\}$

(3) $\{x\mid -3\le x\le 0\}$

【解析】

【分析】(1)(2)(3) 根据给定条件，利用集合的交集、补集、并集的定义求解.

【小问 1 详解】



高考直通车
App生成

由 $A=\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$，$B=\{x\mid x<-3$ 或 $x>1\}$，得 $A\cap B=\{x\mid 1<x\leq 2\}$.

【小问 2 详解】

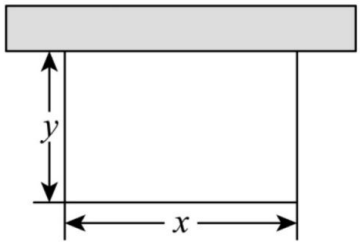
由全集 $U$ 为 R，得 $\complement_U A=\{x\mid x\leq 0$ 或 $x>2\}$，$\complement_U B=\{x\mid -3\leq x\leq 1\}$，

所以 $(\complement_U A)\cap(\complement_U B)=\{x\mid -3\leq x\leq 0\}$.

【小问 3 详解】

依题意，$A\cup B=\{x\mid x<-3$ 或 $x>0\}$，所以 $\complement_U(A\cup B)=\{x\mid -3\leq x\leq 0\}$.

16. 如图，某农户计划用 20 m 的篱笆围成一个一边靠墙（墙足够长）的矩形菜地．设该矩形菜地与墙平行的边长为 $x$ m，与墙垂直的边长为 $y$ m.




(1) 当 $x$ 为何值时，面积取得最大值？最大面积为多少？

(2) 求 $\dfrac{3x+20}{xy}$ 的最小值.

【答案】(1) 当 $x=10$ 时，面积取得最大值，最大面积为 $50\text{m}^2$

(2) $\dfrac{9}{10}$

【解析】

【分析】(1) 根据题意可得 $x+2y=20$，从而可得该菜地的面积为 $S=xy$，进而利用基本不等式即可求解；

(2) 利用 $x+2y=20$，根据“1”的代换利用基本不等式可求最小值.

【小问 1 详解】

由题意得 $x+2y=20$，$x$，$y$ 都为正数，

则该菜地的面积为 $S=xy=\dfrac{1}{2}\cdot x\cdot 2y\leq\dfrac{1}{2}\times\left(\dfrac{x+2y}{2}\right)^2=50$，

当且仅当 $x=2y=10$ 时，等号成立，



高考直通车
App生成

所以当 $x=10$ 时，面积取得最大值，最大面积为 $50m^2$ .

【小问 2 详解】

由 $x+2y=20$ ， $x$ ， $y$ 都为正数，则 $\frac{1}{20}(x+2y)=1$ ，

所以 $\frac{3x+20}{xy}=\frac{3x+(x+2y)}{xy}=\frac{4x+2y}{xy}=\frac{4}{y}+\frac{2}{x}=\frac{1}{20}\left(\frac{4}{y}+\frac{2}{x}\right)(x+2y)$

$=\frac{1}{20}\left(8+2+\frac{4x}{y}+\frac{4y}{x}\right)\geq\frac{1}{20}\times(10+2\sqrt{16})=\frac{9}{10}$ ，

当且仅当 $\frac{4x}{y}=\frac{4y}{x}$ ，又 $2y+x=20$ ，即 $x=y=\frac{20}{3}$ 时，等号成立，

所以 $\frac{3x+20}{xy}$ 的最小值为 $\frac{9}{10}$ .

17. 已知集合 $A=\{x\mid x\leq -1 \text{ 或 } x\geq 3\}$ ， $B=\{x\mid 2a\leq x\leq a+3\}$ ，回答下列问题.

(1) 若 $a=1$ ，试求 $(\complement_R A)\cup B$ ， $A\cap(\complement_R B)$ ；

(2) 若 $A\cap B=B$ ，求实数 $a$ 的取值范围；

【答案】(1) $\{x\mid -1<x\leq 4\}$ ， $\{x\mid x\leq -1 \text{ 或 } x>4\}$

(2) $a\leq -4$ 或 $a\geq\frac{3}{2}$

【解析】

【分析】(1) 求出 $a=1$ 时的集合 $B$ ，再根据补集、交集和并集的定义计算即可；

(2) 由 $A\cap B=B$ 知 $B\subseteq A$ ，讨论当 $B=\varnothing$ 和 $B\neq\varnothing$ 时的情形，分别求出对应的 $a$ 的取值范围.

小问 1 详解】

$A=\{x\mid x\leq -1 \text{ 或 } x\geq 3\}$ ，则 $\complement_R A=\{x\mid -1<x<3\}$ ，

$B=\{x\mid 2a\leq x\leq a+3\}$ ，当 $a=1$ 时， $B=\{x\mid 2\leq x\leq 4\}$ ，

所以 $(\complement_R A)\cup B=\{x\mid -1<x\leq 4\}$ ；

又 $\complement_R B=\{x\mid x<2 \text{ 或 } x>4\}$ ，所以 $A\cap(\complement_R B)=\{x\mid x\leq -1 \text{ 或 } x>4\}$ .

【小问 2 详解】



高考直通车
App生成

若 $A\bigcap B=B$，则 $B\subseteq A$.

当 $B=\varnothing$ 时，$2a>a+3$，即 $a>3$；

当 $B\neq\varnothing$ 时，则 $\begin{cases}a\le 3\\ a+3\le -1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a\le 3\\ 2a\ge 3\end{cases}$，解得 $a\le -4$ 或 $\frac{3}{2}\le a\le 3$.

综上，$a$ 的取值范围为 $a\le -4$ 或 $a\ge\frac{3}{2}$.

18. 已知 $p:-2\le x\le 6$，$q:m\le x\le m+1$.

(1) 若 $m=2$，那么 $p$ 是 $q$ 的什么条件；

(2) 若 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件，求实数 $m$ 的取值范围.

【答案】(1) 必要不充分条件（必要条件也正确）

(2) $[-2,5]$

【解析】

【分析】(1) 根据集合关系判断 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件；

(2) 根据 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件，得 $\{x\mid m\le x\le m+1\}$ 是 $\{x\mid -2\le x\le 6\}$ 的真子集，

然后根据集合关系列不等式组求解即可.

【小问 1 详解】

当 $m=2$ 时，$q:2\le x\le 3$，

显然 $\{x\mid 2\le x\le 3\}$ 是 $\{x\mid -2\le x\le 6\}$ 的真子集，

所以 $p$ 是 $q$ 的必要不充分条件（注：必要条件也正确）.

【小问 2 详解】

若 $p$ 是 $q$　必要不充分条件，

则 $\{x\mid m\le x\le m+1\}$ 是 $\{x\mid -2\le x\le 6\}$ 的真子集，

则有 $\begin{cases}m\ge -2,\\ m+1<6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m>-2,\\ m+1\le 6,\end{cases}$ 解得 $-2\le m\le 5$，

故实数 $m$ 的取值范围为 $[-2,5]$.

19. 若二次函数 $f(x)$ 满足 $f(0)=1$，$f(x+1)-f(x)=2x-1$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式；



高考直通车
App生成

(2) 若对于任意实数 $x$，不等式 $f(x) \geq ax$ 恒成立，求实数 $a$ 的取值范围.

【答案】(1) $f(x)=x^2-2x+1$

(2) $[-4,0]$

【解析】

【分析】(1) 设出 $f(x)=ax^2+bx+c$，结合给定条件建立方程，求解参数，得到函数解析式即可.

(2) 将 $f(x) \geq ax$ 转化 $x^2-(a+2)x+1 \geq 0$，利用判别式建立不等式，求解参数范围即可.

【小问 1 详解】

因为 $f(x)$ 是二次函数，所以设 $f(x)=ax^2+bx+c$，$a \neq 0$

因为 $f(0)=1$，所以 $c=1$，此时 $f(x)=ax^2+bx+1$，

因为 $f(x+1)-f(x)=2x-1$，所以 $a(x+1)^2+b(x+1)+1-(ax^2+bx+1)=2x-1$，

化简得 $2ax+a+b=2x-1$，对照系数得 $2a=2$，$a+b=-1$，

解得 $a=1$，$b=-2$，则 $f(x)=x^2-2x+1$，即 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=x^2-2x+1$.

【小问 2 详解】

由上问知 $f(x)=x^2-2x+1$，而对于任意实数 $x$，

由 $f(x) \geq ax$ 成立，得到 $x^2-2x+1 \geq ax$，即 $x^2-(a+2)x+1 \geq 0$，

得到 $(a+2)^2-4 \leq 0$，解得 $-4 \leq a \leq 0$

综上，实数 $a$ 的取值范围是 $[-4,0]$.

@高考直通车试题库 海量高清试题免费下载



高考直通车 App生成