

2025 级高一月考

数学试题

考试时间：120 分钟 分值：150 分

命题人：高一数学组 审题人：高一数学组

一、单选题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ，集合 $A = \{1, 3, 4\}$ ，集合 $B = \{1, 5, 4\}$ ，则 $(C_U A) \cup B = (\quad)$

- A. $\{5\}$ B. $\{1, 2, 5, 4\}$ C. $\{2, 5\}$ D. $\{1, 3, 5, 4\}$

2. 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \geq 0$ ” 的否定是 ()

- A. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 > 0$ B. $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 < 0$
C. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 \geq 0$ D. $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 1 < 0$

3. 下列各组函数是同一个函数的是 ()

- A. $f(x) = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2-1}$ B. $f(x) = \sqrt{x^2}$ 与 $g(x) = (\sqrt{x})^2$
C. $f(x) = \sqrt{(x+10)^2}$ 与 $g(x) = x+10$ D. $f(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}$ 与 $g(x) = x$

4. 函数 $f(x) = \sqrt{x+4} + \frac{2}{x-1}$ 的定义域是 ()

- A. $\{x | x \geq -4\}$ B. $\{x | x > -4 \text{ 且 } x \neq 1\}$ C. $\{x | x \geq -4 \text{ 且 } x \neq 1\}$ D. $\{x | x \neq 1\}$

5. 设 $x \in \mathbf{R}$ ，则 “ $0 < x < 1$ ” 是 “ $0 < x < 3$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

6. 函数 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ 的单调递减区间是 ()

- A. $(-\infty, 1]$ B. $[1, +\infty)$ C. $(-\infty, 2]$ D. $[2, +\infty)$

7. 已知命题 $p: \forall x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 3 > 0$ 为真命题，则实数 a 的取值范围是 ()



A. $\left\{a \mid a > \frac{1}{3}\right\}$ B. $\left\{a \mid 0 < a \leq \frac{1}{2}\right\}$ C. $\left\{a \mid 0 < a < \frac{1}{3}\right\}$ D. $\left\{a \mid a \geq \frac{1}{3}\right\}$

8. 高一二班共有学生 50 人, 每名学生要从物理、化学、生物、历史、地理、政治这六门课程中选择三门课程进行学习. 已知选择物理、化学、生物的学生各有至少 20 人, 这三门课程都不选的有 10 人, 这三门课程都选的有 10 人, 在这三门课程中选择任意两门课程的都至少有 14 人, 物理、化学只选一科的学生都至少 5 人, 那么选择物理和化学这两门课程的学生人数至多 ()

A. 18 B. 19 C. 20 D. 21

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求, 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 设 $0 < a < b < 1$, $c \in \mathbf{R}$, 则下列不等式成立的是 ()

A. $(a-b)c^2 \leq 0$ B. $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ C. $a^2 > b^2$ D. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

10. 下列命题为真命题的是 ()

A. 若 $a > b > 0$, 则 $ac^2 > bc^2$

B. 若 $a > 0, b > 0$, 且 $a+4b=1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 9

C. 命题 “ $\forall x < 1, x^2 < 1$ ” 的否定是 “ $\exists x \geq 1, x^2 \geq 1$ ”

D. “ $a > 1$ ” 是 “ $\frac{1}{a} < 1$ ” 的充分不必要条件

11. 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 2$, 则 ()

A. $b > 1$ B. $a+b \geq \frac{2\sqrt{2}+3}{2}$ C. $ab \leq 2$ D. $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{b^2} \geq 2$

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 已知方程 $x^2 - mx - n < 0$ 的解集为 $(-3, 2)$, 则 $m-n =$ _____.

13. 已知集合 $A = \{(x, y) \mid |x| \leq 1, |y| \leq 1, x, y \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{(x, y) \mid |x| \leq 4, |y| \leq 3, x, y \in \mathbf{Z}\}$, 定义集合

$A \oplus B = \{(x_1 + x_2, y_1 + y_2) \mid (x_1, y_1) \in A, (x_2, y_2) \in B\}$, 则 $A \oplus B$ 中有 _____ 个元素.

14. 已知集合 $A = \{x \mid x^2 - x - 6 > 0\}$, $B = \{x \mid x^2 - 3ax + 4 \leq 0\}$, 若 $a > 0$, 且 $A \cap B$ 恰好有三个整数解, 则 a 的取值范围为 _____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

已知全集 U 为 $\mathbb{R}$, 集合 $A = \{x | 0 < x \leq 2\}$, $B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 1\}$, 求:

- (1) $A \cap B$; (2) $A \cup B$; (3) $(C_U A) \cap (C_U B)$.

16. (15 分)

$$\text{已知 } f(x) = \begin{cases} x, & x > 0 \\ -x^2 - 2x + 1, & x \leq 0 \end{cases}$$

- (1) 求 $f(f(-2))$ 的值;
(2) 若 $f(x_0) = 2$, 求 x_0 的值;
(3) 解不等式 $f(x) < 1$.

17. (15 分)

$$\text{已知集合 } A = \{x | x^2 - 3x - 18 \leq 0\}, B = \{x | m+1 \leq x \leq 2m-1\}, M = \left\{x \left| \frac{x+3}{x-4} \geq 3 \right.\right\}$$

- (1) 求 $A \cap M$;
(2) 若满足 $A \cap B = B$, 求实数 m 的取值范围.



18. (17分)

已知函数 $f(x) = x^2 - ax + 3$

- (1) 若 $f(x) \leq 0$ 的解集为 $[b, 3]$ ，求实数 a, b 的值；
- (2) 当 $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ 时，若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 1 - x^2$ 恒成立，求实数 a 取值范围.
- (3) $a \in \mathbb{R}$ ，解关于 x 的不等式 $f(x) - 2x > (a+1)x^2 + 5$.

19. (17分)

法国数学家佛郎索瓦·韦达于 1615 年在著作《论方程的识别与订正》中建立了方程根与系数的关系，由于韦达最早发现代数方程的根与系数之间的这种关系，人们把这个关系称为韦达定理，它的内容

为：“对于一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ ，它的两根 α, β 有如下关系： $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$.”

韦达定理还有逆定理，它的内容为：“如果两数 α 和 β 满足如下关系： $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，那么

这两个数 α 和 β 是方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的根.” 通过韦达定理的逆定理，我们就可以利用两数的和与积的关系构造一元二次方程

例如： $m+n=-3, mn=2$ ，那么 m 和 n 是方程 $x^2 + 3x + 2 = 0$ 的两根. 请应用上述材料解决以下问题：

- (1) 已知 m, n 是两个不相等的实数，且满足 $m^2 - 2m = 4, n^2 - 2n = 4$ ，求 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值；
- (2) 已知实数 a, b 满足 $ab + (a+b) = 13, a^2b + ab^2 = 42$ ，求 $a^2 + b^2$ 的值；
- (3) 已知 x_1, x_2 是一元二次方程 $4kx^2 - 4kx + k + 1 = 0$ 的两个不等实根，且 $k \in \mathbb{Z}$ ，求使 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ 的值为整数的所有 k 的值.

2025 级高一月考数学试题答案

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	D	C	A	B	A	C

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9	10	11
AD	BD	ABD

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. -7 13. 99 14. $\left[\frac{20}{9}, \frac{53}{21}\right)$

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

解：(1) $A \cap B = \{x | 1 < x \leq 2\}$ (3 分)

(2) $A \cup B = \{x | x < -3 \text{ 或 } x > 0\}$ (6 分)

(3) $C_U A = \{x | x \leq 0 \text{ 或 } x > 2\}$ (8 分)

$C_U B = \{x | -3 \leq x \leq 1\}$ (10 分)

$(C_U A) \cap (C_U B) = \{x | -3 \leq x \leq 0\}$ (13 分)

16. (15 分)

解：(1) $f(-2)=1, f(f(-2))=1$ (3 分)

(2) 当 $x_0 > 0$ 时, $f(x_0)=x_0=2$ (5 分)

当 $x_0 \leq 0$ 时, $f(x_0)=-x_0^2-2x_0+1=2, x_0=-1$ (7 分)

综上, x_0 的值为 -1 或 2

(9 分)

(3) 当 $x > 0$ 时, $f(x) = x < 1, 0 < x < 1$

(11 分)

当 $x \leq 0$ 时, $f(x) = -x^2 - 2x + 1 < 1, x < -2$

(13 分)

综上, 原不等式的解集为 $(-\infty, -2) \cup (0, 1)$

(15 分)

17. (15 分)

解: (1) 由 $x^2 - 3x - 18 \leq 0$ 得 $-3 \leq x \leq 6$, 所以 $A = \{x | -3 \leq x \leq 6\}$

(2 分)

由 $\frac{x+3}{x-4} \geq 3$ 得 $4 < x \leq \frac{15}{2}$, 所以 $M = \{x | 4 < x \leq \frac{15}{2}\}$

(4 分)

所以 $A \cap M = \{x | 4 < x \leq 6\}$

(6 分)

(2) $\because A \cap B = B, \therefore B \subseteq A$

(8 分)

① 当 $B = \emptyset$ 时, $2m - 1 < m + 1, m < 2$

(10 分)

② 当 $B \neq \emptyset$ 时, $\begin{cases} 2m - 1 \geq m + 1 \\ m + 1 \geq -3 \\ 2m - 1 \leq 6 \end{cases}$ 解得 $2 \leq m \leq \frac{7}{2}$

(14 分)

综上, m 的取值范围为 $\left[-\infty, \frac{7}{2}\right]$.

(15 分)

18. 解:

(1) 由题意可知, $9 - 3a + 3 = 0, a = 4$

(1 分)

$\because b + 3 = a, \therefore b = 1$

(2 分)

(2) $\because f(x) \geq 1 - x^2 \therefore 2x^2 - ax + 2 \geq 0$

$\therefore a \leq 2x + \frac{2}{x}$ 的最小值

(4 分)

$\because 2x + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2x \cdot \frac{2}{x}} = 4$, 当且仅当 $2x = \frac{2}{x}$ 即 $x = 1$ 时等号成立

(5 分)

所以 a 的取值范围为 $(-\infty, 4]$

(6 分)

(3) 由 $f(x) - 2x > (a+1)x^2 + 5$ 得 $ax^2 + (a+2)x + 2 < 0$

(7 分)



当 $a = 0$ 时, $x < -1$ (9 分)

当 $a \neq 0$ 时, $(x+1)(ax+2) < 0$ (11 分)

当 $a < 0$ 时, $x < -1$ 或 $x > -\frac{2}{a}$ (12 分)

当 $0 < a < 2$ 时, $-\frac{2}{a} < x < -1$ (13 分)

当 $a = 2$ 时, 无解 (14 分)

当 $a > 2$ 时, $-1 < x < -\frac{2}{a}$ (15 分)

综上: 当 $a = 0$ 时, 原不等式的解集为 $(-\infty, -1)$;

当 $a < 0$ 时, 原不等式的解集为 $(-\infty, -1) \cup (-\frac{2}{a}, +\infty)$;

当 $0 < a < 2$ 时, 原不等式的解集为 $(-\frac{2}{a}, -1)$;

当 $a = 2$ 时, 原不等式无解;

当 $a > 2$ 时, 原不等式的解集为 $(-1, -\frac{2}{a})$ 。 (17 分)

19. (1) 由 $m^2 - 2m = 4$, $n^2 - 2n = 4$, $m \neq n$,

可将 m, n 可看作方程 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 的两个不相等的实数根,

由韦达定理, $m + n = 2, mn = -4$,

所以 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{m+n}{mn} = \frac{2}{-4} = -\frac{1}{2}$; (3 分)

(2) 由 $ab + (a+b) = 13$, $a^2b + ab^2 = ab(a+b) = 42$,

可将 $ab, a+b$ 可看作方程 $x^2 - 13x + 42 = 0$ 的两个实数根,

由 $x^2 - 13x + 42 = 0$ 解得 $x = 6$ 或 $x = 7$,

则有 $ab = 6, a+b = 7$ 或 $ab = 7, a+b = 6$,

① 当 $ab = 6, a+b = 7$ 时, $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 49 - 12 = 37$;

② 当 $ab = 7, a+b = 6$ 时, $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 36 - 14 = 22$.

所以 $a^2 + b^2$ 的值为 22 或 37.

(8 分)



(3) 由题意和韦达定理, 可得 $k \neq 0$, $x_1 + x_2 = 1, x_1 x_2 = \frac{k+1}{4k}$,

且 $\Delta = (4k)^2 - 4 \times 4k(k+1) = -16k > 0$, 解得 $k < 0$,

$$\text{故 } \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2}{x_1 x_2} = \frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 x_2} - 2 = \frac{4k}{k+1} - 2 = \frac{4k+4-4}{k+1} - 2 = 2 - \frac{4}{k+1}$$

因 $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = 2 - \frac{4}{k+1} \in \mathbb{Z}$, 又 $k \in \mathbb{Z}$, 故 $k+1$ 必为 -4 的因数,

则 $k+1$ 的值可能为 $-4, -2, -1, 1, 2, 4$,

则实数 k 的值可能为 $-5, -3, -2, 0, 1, 3$, 又 $k < 0$,

故 k 的所有取值为 $-5, -3, -2$.

(17 分)

@高考直通车题库
海量高清试题免费下载

@高考直通车题库
海量高清试题免费下载



高考直通车
App生成